

論文要旨

2025 年 3 月 1 日

※報告番号	甲第 366 号	氏 名	高遠 節夫
-------	----------	-----	-------

主論文題名
 数学ソフトウェアのプログラミングと教育利用
 ---KeTpic, KeTCindy, KeTCindyJS の開発---

内容の要旨
 著者は、数式処理システムの 1 つで数式表現が数学での表現に近い Maple を用いて、セミナー形式の授業で、和算特に算額にある問題を解くことを試みた。連立方程式の数がそれほど多くない場合は、多少の工夫により正解に達することができたが、三角形に円が接するような問題では、接する条件が無理式を含む複雑な式になり、解が得られない場合も多かった。そこで、三角形の内接円の半径と左右の底角の有理式で三角形の諸量を表すことによる解法ライブラリを作成したところ、多くの問題を解くことができた。このことで、著者は数学ソフトウェアについてある程度のプログラムスキルを身につけて、後のプログラム開発に役立たせることになった。一方、数学の授業経験を通じて、教材作成では、数式だけでなく適切な図を挿入することが必要であり、そのためのライブラリを開発する必要性を認識した。

第 1 章 KeTpic の開発と利用
 数学のプリント教材作成においては、頻繁に現れる数式入力の手間と出来上がりの数式の美しさという点で TeX が格段に優れているが、図を作成すること、およびそれを自由に配置することは難しい。そこで、2006 年、Maple により TeX の図を作成するためのライブラリを開発した。ベースとなるソフトとしては、Maple からさらに Mathematica, Scilab, R をサポートした。これにより、数学の授業で用いる関数のグラフや空間図形などを容易に作成して、TeX による教材作成に活かすことができるようになった。また、ketpic と ketlayer という TeX のスタイルファイルも作成した。特に、図を紙面上に自由に配置することができる layer 環境は、教材作成には不可欠なスタイルとなっている。KeTpic は、空間図形の描画について、隠線処理をしないワイヤーフレーム法に加えて、さらにスケルトン法と輪郭法という 2 つの方法を実装した。これらによって、モノクロームの線画でも、相当の立体感のある図が得られるようになった。しかし、KeTpic(R 版)による作図では

- (1) 何らかのテキストエディタで R のソースファイル(例えば sample.r)を作成する。
- (2) R で sample.r を実行すると、図が R のプロット画面に表示される。
- (3) プロット画面の図を確認して、R のコマンドにより描画ファイル sample.tex を作成する。
- (4) TeX エディタを立ち上げて、`\input{sample.tex}`を追加したファイルをコンパイルして生成される PDF で図を確認する。

の手順をとることになるが、図を修正する場合には複数の処理を再度実行する必要がある、少し手間がかかる。そのため、一連の作業をよりインタラクティブでかつ容易に実行できないかを模索するようになった。

第 2 章 KetCindy の開発と利用
 動的幾何ソフト(DGS)の 1 つである Cinderella は、2006 年にバージョン 2 が公開された。対話的に作図ができて、CindyScript という汎用的なプログラミングを持つ Cinderella2 と、TeX で正確な図を作成できる KeTpic を連携するために、Potsdam 大学の U.Kortenkamp を日本に招聘して、連携のあり方についての詳細打ち合わせを行った。その結果、両者のコラボとしての KeTCindy が生まれた。

KeTCindy では、直接 TeX の描画コードを生成するかわりに、数学ソフトウェア(現在は R)の KeTpic のスクリプトを作り、描画コードの生成を R に任せる仕組みになっている。すなわち、(1) Cinderella2 から R のソースを作り、(2) R と TeX コンパイラおよび PDF ビューアまでを行う Java の関数 kc を呼び出して実行する、という流れに沿って図を作成する。KeTCindy は、TeX によりプリント作成に必要な要素を描き入れるための豊富なコマンドを持っている。例えば、教材としてよく用いられる関数のグラフや作表、自由曲線、空間曲線と多面体などの図を容易に作成することができる。また、R、オープンソースの数式処理システム Maxima、GCC の C コンパイラを KeTCindy から呼び出して、実行結果を KeTCindy の作図などに用いることができるようになっている。その結果、確率密度関数と分布関数のグラフ、箱ひげ図、微分積分、Fourier 係数の計算とグラフなどが KeTCindy からのコマンドで実行される。自由曲線としては、通常のベジェ曲線の他に大島利雄が考案した制御点の取り方を採用した Ospline を実装して、近似曲線、数値積分、数値微分に利用している。また、C コンパイラにより空間曲面の描画を高速化した。このように、KeTCindy の利用環境が充実したことで、大学や高専などの教員がいろいろな教材を自作している。一方、学生たちにとっては、KeTCindy で作成されたプリントへの書き込みや、スライドでの説明に対して質問をすることはできるが、やや受動的と言える。そこで、学生が主体的に取り組むことができる教材を作成するシステムができないかを模索するようになった。

第 3 章 KeTCindyJS の開発と利用

2018 年、ミュンヘン工科大学の Cinderella 開発グループは、Cinderella2 の操作を Web 上で実現する HTML ファイルを作成する CindyJS を公開した。これは、Cinderella2 と相当の互換性を持っているが、幅広い学習分野の教材を作成するには十分とはいえない。そこで、KeTCindy の多くのコマンドをサポートする KeTCindyJS の開発を始めた。しかし、KeTCindy のライブラリは多くのコマンドを持ち、行の総数は 30000 にも上るので、Web で配布または HTML に直接追加するのは現実的でない。そこで、(1)KeTCindy のライブラリからコマンドについての情報をリストアップしたファイルを作成、(2)Cinderella2 上のボタンクリックで(1)の情報に基づき、HTML に使用されているコマンドの定義部分を追加、という方法をとった。これにより、HTML 全体の分量を抑えることが可能となった。KeTCindyJS によって、学生は画面上の動的要素を自ら動かしてみること、理解をより深められることが期待される。著者は、通常授業で KeTCindJS の教材を配付するだけでなく、多くの HTML 教材を Github のページに掲載して、学生たちが随時使用できるようになっている。KeTCindyJS は、TeX に慣れていない教員や学生でも面白い教材を作成することが可能である。例えば沼津高専の学生グループ (KeTCindy 研究会) は、2024 年 11 月、中谷財団の助成を受けて、富士伊豆箱根国際学会で KeTCindyJS による HTML 教材について発表し、最優秀賞を受賞した。

第 4 章 KeTCindy による和算問題の解法

三角形について 2 底角の半角の正接と内接円の半径で諸量を表す MNR 法について、Maxima のパッケージを作成した。MNR 法では、(1)puT(m,n,r)で三角形をおき、(2)slideT,rotateT で三角形を移動、(3)題意から連立方程式を作り、(4)solve または algsys で解を求める、という流れで解を求めるのが通常である。著者は、MNR 法により、日本の定理 I, II と呼ばれる和算の問題や、鎖円および環円の一般公式を導くことに成功した。また、学生たちは、自身で問題を解いてみることで、和算への関心が深まることが期待される。その導入として、例えば、円周角の定理や外接円の条件などを MNR 法によって証明する解法を作成した。

第 5 章 結論

以上により、数学ソフトウェアのプログラミングの重要性と教育における有効性を示すことができたと考える。しかし、動的幾何の特質(状態変化により常にスクリプトの最初から実行される)に対応したプログラミング技法を確立することは、今後の重要な課題である。